

Recursos digitales para promover la comprensión de fracciones equivalentes en matemáticas en la educación primaria

Rafael Córdoba Del Valle

*Facultad de Pedagogía. Región Veracruz,
Universidad Veracruzana*

Ismael Esquivel Gámez

*Facultad de Administración. Región Veracruz,
Universidad Veracruzana*

Rubén Edel Navarro

*Centro de Innovación, Desarrollo e Investigación Educativa.
Región Veracruz, Universidad Veracruzana*

Jorge A. Balderrama Trápaga

*Facultad de Psicología. Región Veracruz,
Universidad Veracruzana*

RESUMEN

En México existe un fuerte problema en relación al proceso de enseñanza y aprendizaje en matemáticas, esto se puede constatar en los resultados desalentadores obtenidos en las últimas evaluaciones nacionales e internacionales como las de ENLACE (2011) y PISA (2009), mismas que reflejan la necesidad de una mejora continua en la didáctica de las matemáticas. Ante esta problemática, la RIEB (Reforma Integral para la Educación Básica) afirma que “los retos de la primaria se centran en elevar su calidad e incorporar al currículo y a las actividades cotidianas: la renovación de los contenidos de aprendizaje y nuevas estrategias didácticas, el enfoque intercultural, el uso de las tecnologías de la información y la comunicación como apoyo para la enseñanza y el aprendizaje...”. (SEP, 2010, p. 36). En relación con la problemática expuesta y con el noble propósito de coadyuvar en la mejora educativa, se presenta un estudio que pretende demostrar que es posible mejorar la comprensión del significado de fracciones equivalentes a través del uso de recursos digitales como tutoriales y actividades multimedia; estos recursos estarán disponibles para 14 alumnos de quinto grado y 15 alumnos de sexto grado de una escuela primaria pública de la ciudad de Boca del Río Veracruz quienes tendrán acceso a ellos a través de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA). El método de investigación utilizado tiene un enfoque cuantitativo ya que incluye la recopilación de datos numéricos que se someterán a análisis estadístico. El tipo de estudio es experimental y se manejarán grupos de control y grupos experimentales con un diseño Pre-test y Post-test. La investigación se encuentra en la fase de análisis e interpretación de datos.

Palabras clave: TIC, educación básica, recursos digitales, matemáticas, fracciones.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La enseñanza – aprendizaje de las matemáticas hoy en día es un problema a nivel mundial. Al respecto, Vergnaud (1998) expresa que:

La dificultad de las matemáticas radica en que se necesita de un concepto para aprender otro. Otra razón es que las matemáticas muchas veces no son bien enseñadas porque los docentes no cuentan con una buena formación para enseñar esta área. (Párr. 8)

Las matemáticas es una de las asignaturas en la que la mayoría de los alumnos obtienen bajas calificaciones y poco rendimiento académico. Algunos elementos que componen el problema son la falta de preparación adecuada (y/o actualización) del profesor, la amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de las materias con el resto del currículum, la falta de contextualización de los problemas que se abordan y la escasa motivación con que los emprenden.

En nuestro país, existe suficiente evidencia de ésta problemática, como ejemplo se tiene los resultados de la evaluación en matemáticas de la prueba ENLACE (2011) (por sus siglas Evaluación Nacional del Logro Académico de los Centros Educativos) aplicada a alumnos de tercero a sexto grado de primaria muestran que un 60% obtuvieron el nivel de logro "Insuficiente y elemental" mientras que un 40% obtuvieron el nivel "Bueno y excelente".

Esta misma evaluación en el 2007, corroboró los resultados del 2006: más de las tres cuartas partes (77.7%) de los niños de primaria se hallan en un nivel insuficiente o elemental en el dominio de las matemáticas, el 22.3 por ciento en los niveles bueno o excelente. En 3° de secundaria se acentúan las deficiencias ya que de cada 100 estudiantes sólo 5 alcanzan satisfactoriamente los objetivos de matemáticas.

Las deficiencias en los aprendizajes reveladas por las pruebas nacionales se corroboran con los resultados de la aplicación de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés). La más reciente aplicación de esta evaluación

se realizó en el 2009, en la que participaron 65 países: 34 miembros de la OCDE y 31 asociados y economías (Shangai y Hong Kong), con un total aproximado de 475,000 estudiantes seleccionados al azar. En esta evaluación, en lo que refiere al desempeño de México en matemáticas, sólo el 5% se ubica en los niveles altos, 44% en los niveles intermedios y 51% en los niveles inferiores además por entidad federativa, ninguna alcanza el promedio OCDE de 496 puntos, (vea Niveles de desempeño de las escalas de PISA en el anexo I).

Los resultados alcanzados por México en PISA 2009 revelan que aún hay mucho por hacer para asegurar que nuestros jóvenes sean capaces de analizar, razonar y comunicarse de manera satisfactoria al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones del mundo real, además que existe una gran proporción de estudiantes (51% según datos de la OCDE), que solo son capaces de contestar a reactivos que impliquen contextos familiares, preguntas claramente definidas y resolver instrucciones directas en situaciones explícitas.

Lo anterior es evidencia suficiente para argumentar que el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas es un problema central para el sistema educativo mexicano y por ello la búsqueda de alternativas dirigidas a sacar adelante esta tarea cobra relevancia (Silva, 2008).

El presente trabajo es una propuesta que intenta dar respuesta a las interrogantes anteriores, considerando que los alumnos experimentan un aprendizaje significativo a través de un uso apropiado de las TIC como lo expresan Dunham y Dick (1994); Boers-van Oosterum (1990) y Rojano (1996) en Rojano (2003).

A su vez Organista (2010) citado en Esquivel, Navarro y Córdoba (2013) sostiene que:

Algunos autores (Macías, 2007; y Cocconi, 2008) coinciden en que el nuevo entorno tecnológico ha permeado en el proceso educativo en prácticamente todos sus niveles. Así, las TIC son vistas como una herramienta poderosa y con funciones interesantes para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. (p. 3)

Relevancia

La relevancia de acuerdo a la problemática presentada se deriva de los beneficios que se desea obtener y que se mencionan a continuación:

- Mejorar el rendimiento académico del alumno en matemáticas a través del uso de recursos digitales.
- Reducir el índice de reprobación en matemáticas.
- Del beneficio anterior se logrará un menor índice de deserción en las escuelas, fenómeno en el que el índice de reprobación ha sido una de sus principales causas.
- El mejoramiento del rendimiento académico y la reducción del índice de reprobación en matemáticas nos permiten suponer un mejor desempeño del alumno en los niveles educativos superiores.

Las instituciones de educación primaria en donde se lleve a cabo este estudio conocen la importancia del uso de los recursos digitales y los beneficios que pueden aportar en el rendimiento académico de los alumnos en matemáticas.

El problema de investigación

La situación problemática que se ha descrito anteriormente se torna más delicada si se toma en cuenta el papel que juega el conocimiento matemático en los procesos de selección y admisión en niveles superiores de escolaridad, así lo expresa Figueras y otros (2004) quien a la vez considera que el bajo rendimiento escolar en la primaria es una problemática que requiere de atención y es importante dirigir esfuerzos para encontrar y poner a disposición de los maestros alternativas de enseñanza. El individuo a causa de lo anterior sufre diversas consecuencias que pueden ir desde una afectación de su autoestima, hasta la repetición de los grados escolares o el abandono del sistema escolar.

Objetivo general del Proyecto de Investigación

El presente proyecto de investigación tiene como objetivo general contribuir en la mejora del rendimiento académico de los alumnos de quinto y sexto grado en el tema de fracciones equivalentes de la materia de matemáticas, mediante el uso de recursos digitales como tutoriales que reforzarán el método de enseñanza del profesor y actividades multimedia para promover la ejercitación y el desarrollo del concepto de fracciones, mismos que han sido colocados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

MARCO TEÓRICO

Rendimiento académico

El rendimiento académico es probablemente uno de los temas más empleados por los docentes e investigadores quienes a su vez, ofrecen sus definiciones al respecto. De esta manera Pizarro (1985) citado por Navarro (2003), hace referencia al rendimiento académico como "una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación" (párr. 3). Se puede observar que de forma similar Martínez-Otero (2002) se refiere al rendimiento académico como el producto que da el alumnado en los centros de enseñanza y que habitualmente se expresa a través de las calificaciones escolares; mientras que Himmel (1985), citado en Andrade; Miranda y Freixas (2003) por su parte, define el rendimiento académico como el grado de logro de los objetivos establecidos en los programas oficiales de estudio y finalmente para Chadwick (1979) el rendimiento académico es la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período, que se sintetiza en un calificativo final (cuantitativo en la mayoría de los casos) que evalúa el nivel alcanzado.

Recursos Digitales

El uso de recursos digitales en la actualidad ofrece múltiples ventajas en todas las organizaciones, tales como facilitar el almacenamiento, acceso y recuperación de grandes volúmenes de información de forma rápida y sencilla. A continuación presento la definición que dan algunos autores sobre este concepto.

Para Garrido et al. (2008) los recursos digitales son artefactos que colaboran en la reconstrucción de conocimiento y desempeño práctico, a partir de la representación simbólica o directa que realizan. Lugo (2004) menciona que, de acuerdo con una definición formal del [ISBD](#) (ER) (1997), entendemos por recurso digital todo material codificado para ser manipulado por una computadora y consultado de manera directa o por acceso electrónico remoto; mientras que para Ministerio (2011), un recurso digital es cualquier tipo de información que se encuentra almacenada en formato digital.

Los tutoriales

Ariza et al (2008) comentan que los tutoriales son una de las formas más usadas en la enseñanza como auxiliares para lograr el proceso de enseñanza-aprendizaje. La función del tutorial es presentar conocimiento al estudiante por medio de un programa de computadora que se asemeje a un instructor privado y paciente, que atienda individualmente a cada estudiante. Los tutoriales ayudan a los alumnos a reforzar con mayor facilidad lo aprendido en el aula, convirtiéndolos en aprendices autónomos.

Por su parte Galvis (1992) citado en Esquivel, Navarro y Córdoba (2013) expresa "Los sistemas tutoriales son sistemas instructivos de autoaprendizaje que apoyan al maestro y muestran al usuario, el desarrollo de algún procedimiento o los pasos para realizar determinada actividad". (p. 7)

Según Marcano (2006), el *software* tutorial ayuda al usuario a hacer apropiación del conocimiento por medio de presentación contextualizada y dosificada del contenido, como preámbulo o como complemento del proceso de ejercitación.

En Silva (2010) se indica: "Los tutoriales indican a través de instrucciones la forma de realizar los algoritmos de aprendizaje, esto es, los patrones mediante los cuales se adquiere o logra el aprendizaje que requiere el desarrollo de un <<saber hacer>>" (p. 7).

Por su parte, Begoña (2000) menciona que los tutoriales tienen por objeto enseñar un determinado contenido. La finalidad de estos programas es proporcionar al usuario información sobre una determinada temática.

Existen diferencias entre el diseño y funcionamiento de los tutoriales, así como en el estilo, algunos introducen preguntas o problemas que requieren una respuesta del alumno y proporcionan una corrección inmediata (Begoña, 2000), otros sólo muestran la información, la explicación o el desarrollo de algún tema. Algunos estilos usados en su diseño son: centrados en el estudiante que puede elegir su propia trayectoria, centrados en el control del aprendizaje por parte del propio programa, orientados hacia un aprendizaje individualizado, etc.

Algunas características de los tutoriales mencionados en Begoña (2000) son:

- Proporciona una óptima instrucción individualizada.
- Proporciona un alto nivel de participación del alumno.
- El profesor puede adoptar un rol de mediador, consultor.
- Introduce nuevos conceptos de forma secuenciada e interactiva.
- Puede no ser muy adecuado si el material que se presenta no está al nivel de las necesidades de los estudiantes.

- Puede desalentar al estudiante según el tipo de metodología que se utilice. No a todos los estudiantes les gusta que sea la máquina quien señale y corrija sus errores.

La mayoría de los programas multimedia pertenecen a esta categoría, por esta razón su aplicación es muy amplia y se pueden utilizar para aprender cualquier tipo de contenido.

Actividades Multimedia y JClic

Para Salaverría (2001), Multimedia es aquello que se expresa, trasmite o percibe a través de varios medios y Cambridge (2000) citado en Rivera y Tipán (2006) hace alusión a este término como "El uso de una combinación de imágenes estáticas y móviles, sonido, música y palabras, especialmente en ordenadores o entretenimiento" (p. 16).

Un *software* libre muy utilizado en comunidades de habla hispana es el programa *JClic*. En Busquets (1999) se menciona que el programa *JClic* es una herramienta de autor que permite crear con facilidad recursos educativos digitales mediante cinco tipos básicos de actividades con una gran riqueza de medios, entre los que se encuentran: rompecabezas, asociaciones, identificación, Exploración, Respuesta escrita y Pantalla de información.

Desde 1992, cuando se implementó la primera versión, llamada CLIC, para el sistema operativo Windows, es utilizado por profesores de diversos países como herramienta de creación de actividades educativas para sus alumnos. El programa ha sido traducido a siete idiomas y dispone de más de 100,000 actividades recopiladas en la Web.

Conforme a Vidal y otros (2006), los objetivos que *JClic* persigue son:

- El uso de aplicaciones educativas multimedia directamente desde Internet.
- La utilización de un formato estándar y abierto para el manejo de datos y su exportación e importación a otras herramientas.

- La cooperación e intercambio de materiales entre escuelas y educadores de diferentes países y culturas, facilitando la incorporación de recursos al proceso E-A-E.
- El desarrollo de un entorno gráfico y de fácil uso en la creación de actividades.

De forma resumida podemos decir que las actividades *JClic* son herramientas de gran utilidad para el desarrollo de ejercicios de reforzamiento tanto de los conocimientos adquiridos en una clase presencial sobre cierto tema o contenido de una materia como para el mejoramiento de las habilidades operativas sobre ciertos contenidos.

Al respecto Begoña (2000) menciona que el software que se utiliza en el ámbito educativo son programas utilizados en la práctica y ejercitación que apoyan al alumno en la adquisición de destrezas o habilidades para realizar cálculos, por lo que son muy utilizados en materias como matemáticas, física y química.

Las destrezas procedimentales y la construcción de conceptos

En matemáticas es muy común relacionar las destrezas procedimentales con el manejo apropiado de un algoritmo para resolver una tarea o un problema dado, y en cierto sentido es así, sin embargo debemos considerar que una destreza procedimental se refiere a conocer los procedimientos matemáticos, conocer cómo y cuándo usarlos apropiadamente y ser flexible ante la posibilidad de adaptarlos a las diferentes tareas propuestas. Es decir, la destreza en realizar los procedimientos de manera flexible, correcta y eficaz, pero para que se dé esta destreza, su desarrollo debe estar vinculado con la comprensión conceptual de los conceptos que fundamentan los procedimientos (Chamorro, 2006).

El desarrollo de las destrezas procedimentales debe conseguirse en relación con la comprensión conceptual, de no ser así estaría limitado a un procedimiento de mecanización de un algoritmo. La comprensión hace que la aplicación de los procedimientos sea más flexible e incluso ayuda a su uso idóneo como instrumentos de resolución de las tareas matemáticas.

Una característica de considerar la relación entre el desarrollo de la comprensión conceptual y el desarrollo de las destrezas procedimentales es que cuando los alumnos no tienen una comprensión conceptual de los algoritmos deben memorizar los pasos y necesitan mucha práctica. Si los alumnos comprenden es más difícil que olviden algún paso o pueden ser más flexibles a la hora de aplicar los algoritmos en situaciones distintas (Chamorro, 2006).

Cuando las destrezas procedimentales se aprenden de manera aislada, son más fáciles de olvidar o de confundir y por tanto el aprendizaje de nuevas ideas matemáticas se convierte en una labor más dura (Idem).

Sin embargo, el desarrollo de la comprensión de un concepto matemático no se encuentra aislado del desarrollo de las destrezas procedimentales, al contrario, éstas se complementan en el entendido que la ejercitación repetida de un procedimiento o algorítmico para resolver un problema conlleva un proceso mental que acerca progresivamente al alumno a la comprensión del concepto y de la tarea misma que realiza.

La construcción del concepto de fracción

La comprensión conceptual en matemáticas se desarrolla cuando los estudiantes “ven las conexiones entre conceptos y procedimientos y pueden dar argumentos para explicar por qué algunos hechos son consecuencia de otros” (NRC, 2001, p. 119). La comprensión conceptual también ha sido descrita como “conocimiento conceptual” (Anderson, 2000; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001) y “comprensión relacional” (Skemp, 1986).

Rittle-Jhonson et al. (2001) encontró que el desarrollo del conocimiento procedimental tuvo efectos positivos en la comprensión conceptual en los estudiantes, y que la comprensión conceptual era un prerrequisito para desarrollar en los estudiantes la habilidad para generar y seleccionar procedimientos apropiados. Así, la comprensión conceptual se entrelaza con el conocimiento procedimental (Gould, 2005a; 2005b).

Los conceptos de fracción pueden ser explicados por los maestros y estudiantes usando una combinación de representaciones externas tales como símbolos, lenguaje hablado, material concreto, imágenes y ejemplos del mundo real (Lesh et al., 1983).

Según Hincapié (2011), "...En el desarrollo de la práctica se destacó la importancia que tiene la **comprensión del concepto**, antes de mostrar los algoritmos; también la significación de usar diferentes representaciones y situaciones que le den sentido al concepto que se quiere construir, dejando a un lado la mecanización de procesos y memorización de reglas" (p. 5).

Perera y Valdemoros (2007), en el resumen de su artículo "Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria" mencionan:

*"En este reporte presentamos un estudio doctoral en el cual se desarrolló una enseñanza experimental que realizamos con un grupo de cuarto grado de primaria (con niños de 9 años de edad) de una escuela pública. El programa de enseñanza estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real de los niños. Dichas actividades fueron diseñadas para promover soluciones que favorecieran en el estudiante el desarrollo de ciertos significados (medida, cociente intuitivo y los rudimentos de operador multiplicativo) **propiciando con ello la construcción de la noción de fracción...**" (p. 1).*

Gallardo, et al. (2008) hace un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción y en su artículo señala:

El conocimiento de que la fracción manifiesta distintos significados se reporta desde investigaciones sistemáticas (Kieren, 1976, 1988, 1993; Behr, Harel, Post & Lesh, 1992; Gairín, 1998; Escolano & Gairín, 2005)...Estos significados forman parte de la propia naturaleza compleja del número racional positivo y se contemplan como organizadores de los contextos y situaciones donde tiene sentido el empleo de la fracción (Freudenthal, 1983; Puig, 1997). Las características epistemológicas y fenomenológicas de estos significados se reflejan también a nivel cognitivo, al mostrarse como condicionantes de la comprensión que los estudiantes poseen de la fracción (p. 7).

Comprensión conceptual de equivalencia de fracciones

La equivalencia de fracciones es un concepto dentro del extenso esquema de fracción. Equivalencia implica un valor similar. Así, dos fracciones comunes son consideradas equivalentes cuando tienen el mismo valor (BOS NSW, 2002; Skemp, 1986).

La comprensión conceptual de fracciones equivalentes se basa en una relación intrincada entre conocimiento declarativo y procedimental; entre la interpretación y la representación de la fracción. Los estudiantes deben ser capaces de:

- a) Hacer conexiones entre modelos de fracción, comprendiendo las similitudes y diferencias entre estas interpretaciones (Lesh et al., 1983; NRC, 2001);
- b) Hacer conexiones entre las diferentes interpretaciones (Lesh et al., 1983)
- c) Mostrar que una fracción representa un número con muchos nombres

Los alumnos desarrollan y demuestran la comprensión de fracciones equivalentes y la comparación de fracciones mediante la conexión de las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. Ellos deben ser alentados a usar una variedad de estrategias para dar sentido a las fracciones en relación a las partes de un todo.

Las tareas que incorporan representaciones pictóricas con distractores visuales proveen un método para medir la comprensión conceptual que tiene el estudiante sobre las fracciones equivalentes.

Las representaciones pictóricas equivalentes son visualmente un reto. Esto ocurre cuando el número de partes iguales del todo es un factor multiplicativo menor o mayor que el denominador (Niemi, 1996).

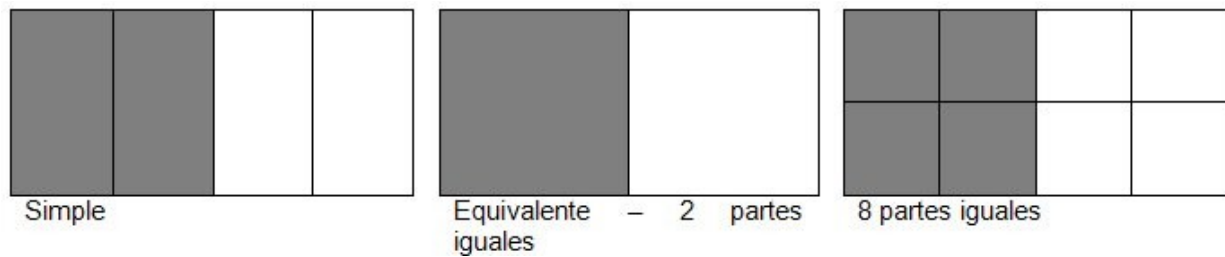


Figura 1. Modelo de Área "Parte/Todo" simple y representaciones equivalentes para $2/4$. (Wong & Evans, 2007)

Las tareas de fracciones equivalentes que usan notación simbólica (fig. 2) requieren un proceso cognitivo mayor (English & Halford, 1995). Las preguntas que incorporan la interpretación y manipulación de notación simbólica son ideales para identificar los niveles de comprensión conceptual de fracciones equivalentes.

La evaluación de sus respuestas provee información sobre el patrón de pensamiento del estudiante, de la comprensión conceptual y del conocimiento procedimental.

a) $3/8 = ?/32$	b) $3/8 = 12/?$	c) $3/8 = ?/?$	Respuesta para a) y b) $3/8=12/32$
-----------------	-----------------	----------------	------------------------------------

Tabla 1. Pregunta y respuesta típica de fracción equivalente empleando sólo representación simbólica (Wong & Evans, 2007).

En cuarto grado de primaria, los alumnos aprenden una propiedad fundamental de las fracciones equivalentes: multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número entero diferente de cero, da como resultado una fracción equivalente. Esta propiedad forma las bases para otros temas de fracciones de cuarto grado incluyendo comparación, suma y resta de fracciones.

El profesor puede utilizar modelos de área y diagramas de recta numérica para incitar al alumno a razonar sobre la equivalencia. Ellos observan que el proceso numérico de multiplicar el numerador y denominador de una fracción por el mismo número, n , corresponde físicamente a dividir cada fracción unitaria en n piezas más pequeñas y de igual medida.

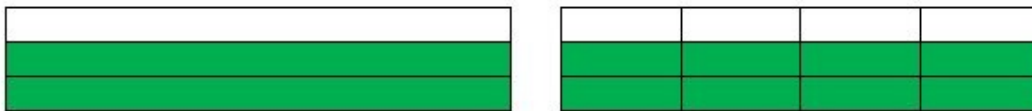
Este argumento, una vez comprendido en un rango de ejemplos, puede ser visto como un argumento general para comprender las fracciones como puntos en la recta numérica.

Esta propiedad fundamental puede presentarse en términos de división, por ejemplo:

$$\frac{28}{36} = \frac{28 \div 4}{36 \div 4} = \frac{7}{9}$$

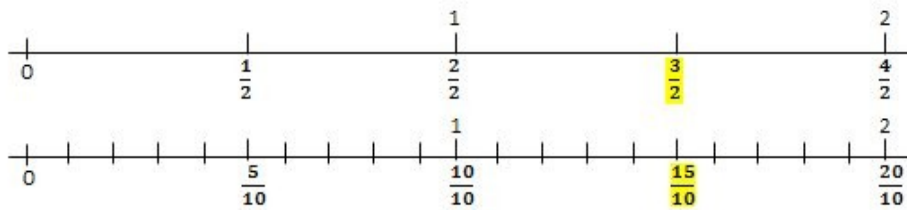
Lo anterior resulta de vital importancia para llevar a cabo la simplificación de fracciones.

Usando un modelo de área para mostrar que $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4}$



El entero es el rectángulo, medido por área. El de la izquierda es dividido horizontalmente en 3 rectángulos de igual tamaño y la región sombreada representa $\frac{2}{3}$. El rectángulo de la derecha es dividido en 3 x 4 rectángulos pequeños de igual área, y la figura sombreada representa 2 x 4 de estos, es decir $\frac{2 \times 4}{3 \times 4}$.

Usando una recta numérica para mostrar que $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10}$



$\frac{15}{10}$ es 15 partes donde cada parte es $\frac{1}{10}$, y también se puede observar que esto es también 5 x 3 partes donde cada parte es $\frac{1}{5 \times 2}$. Divide cada uno de los intervalos de longitud $\frac{1}{2}$ en 5 partes de igual longitud. Hay 5 x 2 partes de igual longitud en el intervalo de unidad, y $\frac{3}{2}$ es igual 5 x 3 de estas partes, es decir $\frac{15}{10}$.

En cuarto grado, los estudiantes utilizan su comprensión de fracciones equivalentes para comparar fracciones con diferentes numeradores y diferentes denominadores. Por ejemplo, para comparar $\frac{5}{8}$ y $\frac{7}{12}$, ellos reescriben ambas fracciones como:

$$\frac{5 \times 12}{8 \times 12} = \frac{60}{96} \text{ y } \frac{7 \times 8}{12 \times 8} = \frac{56}{96}$$

De esta manera $\frac{60}{96}$ y $\frac{56}{96}$ tienen el mismo denominador, los estudiantes pueden comparar con facilidad las fracciones y ver que $\frac{56}{96}$ es más pequeña, por lo tanto $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$ (Van de Walle and Lovin 2006, p. 76).

Importancia de la definición de "el todo"

Es importante para un alumno especificarle con claridad cuál es el todo. Si se considera la siguiente figura:



Y no se especifica cuál es “el todo”, no es razonable preguntar qué fracción representa el área sombreada, ya que si el cuadro izquierdo es “el todo”, el área sombreada representa la fracción $\frac{3}{2}$ pero si el rectángulo entero es “el todo”, el área sombreada representa $\frac{3}{4}$.

Los estudiantes de 3er. grado hacen algunos razonamientos preliminares sobre fracciones equivalentes, por ejemplo en la recta numérica descubren que muchas fracciones etiquetan un mismo punto en la recta y por tanto son iguales; es decir son fracciones equivalentes. Otro recurso más que utilizan son las tiras de fracciones, la siguiente figura muestra un ejemplo.

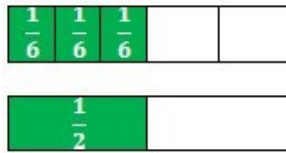


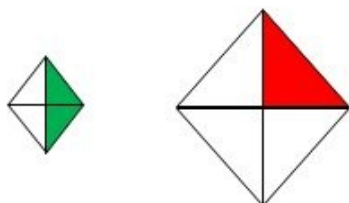
Fig. 3. Tiras de fracciones para observar la equivalencia de fracciones (CCSS, 2011)

Comparación y ordenamiento de fracciones

En 3er. y 4° grado de primaria, los estudiantes comparan fracciones con el mismo denominador, de modo que la fracción con el numerador mayor es más grande porque está hecha de más fracciones unitarias. . Por ejemplo, un segmento de 0 a $\frac{3}{4}$ es más pequeño que el segmento de 0 a $\frac{5}{4}$ porque mide 3 unidades de $\frac{1}{4}$ en oposición a 5 unidades de $\frac{1}{4}$, por lo tanto $\frac{3}{4} < \frac{5}{4}$.

Los estudiantes también observan que las fracciones unitarias con un denominador mayor, son más pequeñas razonando que para hacer con un número mayor de piezas el mismo entero, estas piezas deben ser más pequeñas. A partir de esto, ellos razonan que para fracciones que tienen el mismo numerador, la fracción con más pequeño denominador es más grande. Por ejemplo, $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$, porque $\frac{1}{7} < \frac{1}{5}$, así 2 longitudes de $\frac{1}{7}$ es menos que 2 longitudes de $\frac{1}{5}$.

Como sucede con la equivalencia de fracciones, es importante en la comparación de fracciones asegurarse que cada fracción se refiere al mismo entero.



En la imagen anterior se aprecia la importancia de referirse al mismo entero cuando se comparan fracciones, de tal manera que un estudiante puede pensar que $\frac{1}{4} > \frac{1}{2}$ porque un cuarto de la figura de la derecha es más grande que la mitad de la figura de la izquierda.

Así, cuando los estudiantes pasan a analizar fracciones como puntos en la recta numérica, van desarrollando una comprensión de ordenamiento en términos de posición en la recta. Esta comprensión de orden de acuerdo a la posición en la recta numérica, será importante en sexto grado cuando los estudiantes inicien trabajando con números negativos.

También resulta útil el uso de tiras de fracciones para la comparación y el ordenamiento. La siguiente figura ilustra como los estudiantes pueden comparar $\frac{7}{8}$ y $\frac{2}{3}$ y descubrir que $\frac{7}{8}$ es mayor.

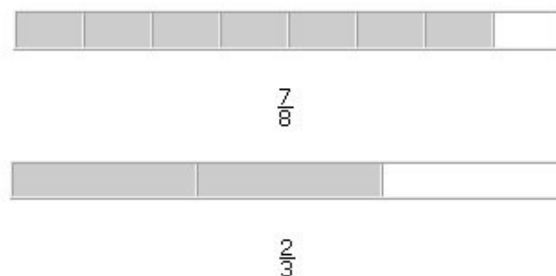


Fig. 4. Uso de tiras de fracciones para la comparación de fracciones (NCTM, 2000, p. 216)

Indicadores de la comprensión del concepto de fracción

Van de Walle & Lovin (2006) considera que los siguientes indicadores pueden ser utilizados para determinar si los estudiantes han logrado o no las metas específicas en relación a la comprensión del concepto de fracción. Pueden los estudiantes:

- Crear un conjunto de fracciones equivalentes y explicar, utilizando material concreto, ¿por qué hay muchas fracciones equivalentes para cualquier fracción dada?

- Modelar y explicar que las fracciones equivalentes representan la misma cantidad.
- Determinar si dos fracciones dadas son equivalentes, utilizando materiales concretos o representaciones pictóricas.
- Formular y verificar una regla para desarrollar un conjunto de fracciones equivalentes.
- Identificar fracciones equivalentes para una fracción dada.
- Comparar dos fracciones dadas con diferente denominador creando fracciones equivalentes.
- Utilizar tiras de fracciones para comparar y ordenar fracciones.
- Posicionar un conjunto de fracciones dados con denominadores iguales y diferentes en una recta numérica y explicar estrategias utilizadas para determinar el orden.
- Conectar las representaciones de fracciones concretas, simbólicas, pictóricas.
- Resolver problemas sobre fracciones equivalentes y comparación de fracciones y explicar claramente el proceso.

Para desarrollar la comprensión se debe incluir cada día **problemas contextualizados** sobre fracciones equivalentes y comparación de fracciones, representarlas de forma simbólica y luego **utilizar representaciones concretas** y **conectarlos** a **representaciones pictóricas**.

Se debe proveer al alumno de muchos ejemplos de los tres modelos para fracciones equivalentes y comparación de fracciones: **parte de una región, parte de una longitud o medida y parte de un conjunto** (Van de Walle & Lovin, 2006).

Algunas generalizaciones sobre comparación de Fracciones según (Van de Walle and Lovin 2006):

- *Un mismo todo.* Las comparaciones con cualquier modelo solo se pueden hacer si ambas fracciones son partes de un mismo todo.
- *Mismo número de partes, pero de diferente tamaño.* A medida que el denominador de una fracción incrementa con un numerador constante, la fracción disminuye en tamaño; ejemplo:

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5} > \frac{1}{6} \text{ y así sucesivamente}$$

- *Más partes del mismo tamaño.* A medida que el numerador de una fracción incrementa con un denominador constante, la fracción incrementa en tamaño; ejemplo:

$$\frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{5}{8} < \frac{6}{8} \text{ y así sucesivamente.}$$

- *Distancia de un entero.* A medida que el numerador de una fracción incrementa con el denominador, siempre uno menos que el denominador, la fracción incrementa de tamaño; ejemplo:

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6} \text{ y así sucesivamente.}$$

- *Más o menos de la mitad.* Tomar un punto de referencia como $\frac{1}{2}$ es útil para comparar fracciones; ejemplo:

$$\frac{3}{8} < \frac{2}{3} \text{ porque 3 es menos que la mitad de 8 y 2 es más que la mitad de 3}$$

- *Fracciones equivalentes y más partes del mismo tamaño.* Utilizando fracciones equivalentes puedes crear un conjunto de fracciones con el mismo denominador de manera que se puedan comparar los numeradores en un ordenamiento de fracciones; ejemplo:

$$\frac{3}{8} < \frac{2}{3} \text{ Porque } \frac{3}{8} = \frac{9}{24} \text{ y } \frac{2}{3} = \frac{16}{24}$$

Teorías en las que se fundamenta el proyecto

Con fundamento en Hernández (2004), el proyecto está sustentado en el *Cognoscitivismo* mediante la teoría del desarrollo del conocimiento de Jean Piaget en el sentido de que el niño va desarrollando sus conceptos, sus habilidades, y fortaleciendo su memoria en la medida en que va madurando biológica, psicológica y neurológicamente.

Por otra parte, se puede apreciar la presencia del cognoscitivismo en los programas de matemáticas de quinto y sexto grado de primaria (SEP, 2011), ya que entre los propósitos que se tienen al finalizar el tercer periodo (además de tener 11 a 12 años de edad), los estudiantes deben ser capaces de resolver problemas prácticos de forma lógica, clasificar y completar series, etc. Lo anterior según la teoría cognoscitiva de Piaget (1954) citado en Woolfolk (2006) es posible porque los niños de esa edad se encuentran en la etapa de las operaciones concretas, en la cual son capaces de resolver problemas concretos (prácticos) de forma lógica.

En Hunt & Bigge (1997) así como en Bigge (2001) se rescata el pensamiento de F.B. Skinner debido a que este trabajo se sustenta en la teoría llamada **Neconductismo**, que es una teoría del aprendizaje por medio del **reforzamiento** ya que este se concreta en la retroalimentación que el niño recibe durante la realización de las actividades o ejercicios así como posterior a ellas, y que está presente en los eventos que suceden como aplausos, mensajes textuales (expresiones tales como muy bien, felicidades), acompañados de señales luminosas y colores que motivan al niño a continuar con la tarea y esforzarse a hacerlo mejor cada vez. Otros elementos de reforzamiento que están presentes en las actividades multimedia son:

1. El conteo del tiempo en que realiza la actividad. Ya que el efecto que ocasiona es que el niño al observar el tiempo que se lleva en completar una actividad, se esforzará en mejorar ese tiempo en la siguiente ocasión que la lleve a cabo.

Aciertos/errores. Es un incentivo para que el niño realice cada vez las actividades con el menor número de errores.

En relación al conductismo Martí (1992) coincide en que la principal influencia conductista en el diseño de software la encontramos en la **teoría del condicionamiento operante de Skinner**. Cuando ocurre un hecho que actúa de forma que incrementa la posibilidad de que se dé una conducta, este hecho es un **reforzador**.

Según Martí (1992: p.65) "las acciones del sujeto seguidas de un reforzamiento adecuado tienen tendencia a ser repetidas (si el reforzamiento es positivo) o evitadas (si es negativo). En ambos casos, el control de la conducta viene del exterior". En palabras de Skinner (1985: p. 74), "toda consecuencia de la conducta que sea recompensante o, para decirlo más técnicamente, reforzante, aumenta la probabilidad de nuevas respuestas".

Como dato adicional, las primeras utilizaciones educativas de los ordenadores se basan en la enseñanza programada de Skinner, consistiendo en la "presentación secuencial de preguntas y en la sanción correspondiente de las respuestas de los alumnos" (Martí, 1992: p. 66).

Otra teoría importante es la **teoría de la matemática en el contexto de las ciencias** (Camarena, 1998), la cual refiere que el estudiante cuando recibe una matemática contextualizada se motiva. La teoría reflexiona acerca de la vinculación de la matemática con otras áreas del conocimiento, con las actividades de la vida cotidiana y las futuras actividades profesionales y laborales de los estudiantes, todo ello para que los alumnos construyan una matemática para la vida. Esta teoría nace en el nivel superior y se está llevando a los niveles educativos anteriores.

Al respecto Silva (2008) afirma que las situaciones didácticas resultan de mayor interés cuando recuperan la cotidianidad. Para Godino y Batanero (1994) las matemáticas tendrán un significado para el estudiante dependiendo de su uso.

Alsina (2007) hace énfasis en la importancia de darle sentido a las actividades matemáticas de la escuela y advierte que gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana y que no permiten acercar el interés de los estudiantes hacia la disciplina.

En el mismo orden de ideas, algunas sugerencias aportadas por el MEC (1992):

Los problemas originados en la escuela deberán sacarse de situaciones que partan de la realidad de los alumnos, situaciones de la vida cotidiana del colegio, de la economía familiar, con juegos y juguetes, con deportes, etc., que provoquen su interés y que mantengan su atención, y de situaciones imaginadas que sean sugerentes y atractivas para el niño. Es interesante proponer problemas abiertos con dificultades crecientes, de manera que sea posible hacer conjeturas, buscar analogías y referirlos a situaciones más generales para que puedan encontrar respuesta a las nuevas situaciones problema que se le plantean. (p. 92)

Para Vigotsky, los alumnos aprenden mejor en colaboración con sus pares, profesores, padres y otros, cuando se encuentran involucrados en tareas significativas e interesantes.

Teorías presentes en los libros de texto de matemáticas de primaria

Con base en las competencias que se promueve en los libros de matemáticas de quinto y sexto grado de primaria (SEP, 2011): *resolver problemas de manera autónoma y comunicar información matemática*, se les enseña a los alumnos para que por sí solos puedan resolver problemas únicos, incluso problemas a los que les falte información, de esta manera los alumnos puedan llegar a una solución de distintas maneras.

Lo anterior es característico de la **teoría constructivista** ya que según Abbott (1999) citado en Payer (2012) "el constructivismo sostiene que el aprendizaje es esencialmente activo. Además de que cuando alguien aprende algo lo incorpora a sus experiencias previas y a sus propias estructuras mentales" (p. 2).

Metodología

La pregunta de investigación que guía este estudio es ¿El uso de recursos digitales como tutoriales y actividades multimedia, contenidos en el Ambiente Virtual de Aprendizaje Institucional, les permitirá a alumnos de 5° y 6° de primaria mejorar la comprensión del concepto de fracción así como el rendimiento académico en la materia?

Operacionalización de variables

En este estudio se analizará la variable independiente **Uso de Recursos Digitales** y la variable dependiente **Comprensión de fracciones equivalentes**. El cuadro de operacionalización se muestra a continuación:

Operacionalización de variables					
Variable	Dimensiones	Indicadores	Ítems ó datos	Instrumento de recolección	Técnica de investigación
1	<p>1. Tutoriales. <i>Los sistemas tutoriales son herramientas auxiliares que ofrecen apoyo al profesor, al permitir al alumno que de manera autodidacta tenga acceso a contenidos y/o procedimientos sobre cierta temática, fortaleciendo así el autoaprendizaje.</i></p>	Tiempo de uso de los recursos alojados en el AVA	1. Número de veces que usó el recurso por bimestre	Bitácora del AVA donde se registra el tiempo de conexión	Registro de observaciones en el AVA.
	<p>Nota. El tiempo de uso de los tutoriales se calculará con la fórmula: $\sum_{i=1}^n Frec_i \cdot Trec_i / TotBim$</p> <p>Donde: Frec_i es la frecuencia de uso del recurso i. Trec_i es el tiempo de uso del recurso i. TotBim es el tiempo total que se estima para utilizar un recurso por bimestre, que a la vez se calculará: Núm. min. x día * 20 * 2</p>		2. Tiempo que utilizó el recurso por bimestre		
	<p>2. Actividades multimedia Una actividad multimedia es una combinación de texto, imagen, sonido y vídeo que favorecen el desarrollo de ejercicios de reforzamiento.</p>	1. Tiempo de utilización de los recursos.	1. Número de veces que utilizó los recursos. 2. Tiempo que utilizó los recursos	Bitácora del AVA	Registro de observaciones

Tabla 2. Operacionalización de la variable independiente "Uso de recursos digitales"

Operacionalización de Variables					
Variable 2	Dimensiones	Indicadores	Items ó datos	Instrumento de recolección	Técnica de investigación
Comprensión del concepto de fracción equivalente	<ul style="list-style-type: none"> Evaluaciones informales <p>Son consideradas como las evaluaciones llevadas a cabo por el investigador y por el sistema en el AVA.</p>	<p>PreTest</p> <p>PostTest</p> <p>Comportamiento de las calificaciones en las actividades Jclíc</p>	<p>Calificación del Pre-Test</p> <p>Calificación del Post-Test</p> <p>Para cada actividad se registrará:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tiempo de uso - Aciertos - Intentos 	<p>Examen escrito</p> <p>Examen escrito</p> <p>Base de datos en el AVA</p>	<p>Registro de observaciones</p> <p>Registro de observaciones</p> <p>Registro de observaciones</p>

Tabla 3. Operacionalización de la variable dependiente "Comprensión del concepto de fracciones equivalentes"

Sujetos de estudio

Los sujetos que forman parte de este estudio son alumnos de 5° y 6° grado de primaria de la escuela Valentín Gómez Farías de la ciudad de Boca del Río, Veracruz. Son alumnos de ambos géneros y sus edades oscilan entre los 10 y los 13 años.

Procedimiento

Estrategia

En la fase exploratoria se revisaron los programas de estudio y con información proporcionada por los profesores de quinto y sexto grado sobre los contenidos de fracciones del bimestre, y con la revisión del estado del arte sobre la construcción del concepto de fracción equivalente, se determinaron los indicadores a partir de los cuales se desarrollarían los recursos digitales: tutoriales y actividades multimedia *Jclíc*.

Elaboración de la Tabla de indicadores para la construcción del concepto de fracción equivalente

Los indicadores que determinan la comprensión del concepto de fracción equivalente fueron obtenidos principalmente de una revisión minuciosa del estado del arte sobre estudios llevados a cabo en alumnos de nivel básico (primaria) en los que se utilizaron actividades que promueven la comprensión del significado de fracciones equivalentes. A continuación se mencionan algunos referentes importantes que fueron considerados para la construcción de estos indicadores:

Lesh et al (1983) menciona la importancia de utilizar combinaciones de representaciones como símbolos, material concreto, imágenes y ejemplos del mundo real para explicar los conceptos de fracción. De forma similar Hincapié (2011) está a favor del uso de diferentes representaciones y situaciones que le den sentido al concepto que se quiere construir, en otras palabras, para construir el concepto de fracción equivalente se deben utilizar diferentes representaciones. Otro autor que coincide con estas ideas es Niemi (1996) quien afirma que los alumnos desarrollan y demuestran la comprensión de fracciones equivalentes y la comparación de fracciones mediante la conexión de las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.

Por su parte, Perera y Valdemoros (2007) son partidarios del uso de combinaciones de modelos continuos y discretos en actividades contextualizadas para promover la construcción del concepto de fracción equivalente. Por su parte English y Halford (1995) son partidarios de que las preguntas que incorporan la interpretación y manipulación de notación simbólica son ideales para identificar los niveles de comprensión conceptual de fracciones equivalentes.

Finalmente Van de Walle and Lovin (2006) hace aportaciones que refieren al uso de modelos de área y diagramas de recta numérica para incitar al alumno a razonar sobre la equivalencia, así como operaciones de comparación de fracciones con igual y diferentes denominadores, además asegura de forma similar a otros autores, que el desarrollo de la comprensión de fracciones equivalentes requiere el uso de problemas contextualizados y el manejo de representaciones simbólicas, concretas y pictóricas.

Con base en la literatura revisada se construyó una tabla para los indicadores **identificar fracciones, comparar fracciones, ordenar fracciones, crear fracciones equivalentes, y escribir fracciones** que fue utilizada como guía para la elaboración de las actividades multimedia.

La tabla 3, muestra ejemplos de algunas acciones didácticas que han sido traducidas en acciones computacionales (actividades multimedia) para el indicador "Identificar fracciones", en sus diferentes representaciones y modelos propuestos por los autores antes mencionados.

Indicador	Representación	Modelo	Ejemplo de Acción Didáctica
Identificar fracciones	Pictórica (Uso de gráficas, fig. geométricas, Patrones, Recta numérica, tiras de fracciones, etc.)	Continuo	Ubicar fracciones en la recta numérica
		Discreto	Identificar fracciones equivalentes en una representación pictórica y en un modelo discreto.
	Simbólica	Continuo	Escribir en forma simbólica la fracción que corresponde a un área sombreada de una figura dividida en partes iguales.
		Discreto	Calcular el número de objetos en un conjunto, que sea equivalente a una fracción dada.
	Textual	Continuo	Identificar la representación textual de una fracción que corresponda a una representación en un modelo continuo.
		Discreto	Identificar la representación textual de una fracción que corresponda a una representación en un modelo discreto.

Tabla 4. Acciones didácticas para el indicador "Identificar fracciones".

La fase de desarrollo o producción se inició con la elaboración de tutoriales con el programa PowerPoint y ejercicios multimedia con la aplicación *JClic*, así como la prueba de los mismos para verificar su funcionamiento. Los tutoriales se convirtieron a vídeo con la herramienta *Ispring Converter* proporcionando la ventaja de poder ejecutarlos desde diferentes plataformas. Posteriormente se diseñó el AVA (Ambiente Virtual de Aprendizaje) haciendo uso de la plataforma *Moodle* en donde se colocaron 4 paquetes de actividades multimedia o ejercicios que promueven la comprensión del concepto de fracciones.

En esta misma fase se capacitó a los alumnos y profesores en el uso, navegación y utilización del AVA y de los recursos digitales. Posteriormente se les proporcionó acceso a los recursos a los alumnos del grupo experimental y a sus profesores a través de una cuenta de usuario y una contraseña.

La fase de recolección de datos, inicia con la aplicación de un Pre-Test a los alumnos tanto del grupo experimental como del grupo control de ambos grados para conocer el estado en que se encuentran antes de dar inicio con el experimento. El Pre-Test estuvo conformado de 12 reactivos que incluían tareas de identificación de fracciones, comparación, ordenamiento, creación de fracciones equivalentes y escritura de fracciones en modelos continuos y discretos y en diferentes representaciones: pictórica (uso de área, figuras geométricas, patrones, recta numérica), simbólicas y textuales.

A la vez que se les proporcionaron los recursos digitales a los alumnos de los grupos experimentales, se les entregó a los profesores un material con ejercicios similares a los colocados en el AVA con la finalidad de que estos fueran repasados por los alumnos de los grupos de Control y poder comparar posteriormente las diferencias entre el uso de recursos digitales en y fuera del AVA. Esta fase concluyó con la cuarta semana de utilización de los recursos digitales en el AVA y que a través de la técnica de observación y registro se obtuvo de la Bitácora del AVA los siguientes datos:

- Los recursos digitales que el alumno utilizó
- El tiempo de utilización de estos recursos
- El nivel de eficiencia de cada ejercicio

Finalmente se aplicó un examen Post-Test a los alumnos de ambos grupos. El examen consistió de 11 reactivos con actividades referentes a los mismos indicadores evaluados en el examen Pretest.

En la fase de análisis e interpretación de datos, se llevó a cabo la prueba de McNemar que se utiliza para decidir si se puede o no aceptar que determinado "tratamiento" induce un cambio en la respuesta de los elementos sometidos al mismo, y es aplicable a los diseños del tipo "antes-después" en los que cada elemento actúa como su propio control.

Se utilizó el programa estadístico SPSS para la realización de la prueba a los grupos control y experimental de 5° y 6°, con la finalidad de contrastar las hipótesis planteadas:

H0: No hubo cambios significativos en el PreTest y PostTest de los alumnos

H1: Hubo cambios significativos en el PreTest y PostTest de los alumnos

Grupo Control 5° grado

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	Las distribuciones de valores diferentes entre PRETESTCON y POSTTESTCON tienen las mismas probabilidades.	Prueba McNemar de muestras relacionadas	.068	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05

Tabla 5. Resumen de prueba de hipótesis – Grupo Control 5° grado

Con un 95% de confianza, no existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que hubo cambios en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo control de 5° grado.

Grupo experimental 5° grado

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	Las distribuciones de valores diferentes entre PRETESTEXP y POSTTESTEXP tienen las mismas probabilidades.	Prueba McNemar de muestras relacionadas	1.000	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05

Tabla 6. Resumen de prueba de hipótesis – Grupo experimental 5° grado

Con un 95% de confianza, no existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que hubo cambios en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo experimental de 5° grado.

Grupo Control 6° grado

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	Las distribuciones de valores diferentes entre PRETESTCONTROL y POSTTESTCONTROL tienen las mismas probabilidades.	Prueba McNemar de muestras relacionadas	.003	Rechazar la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia es .05

Tabla 7. Resumen de prueba de hipótesis – Grupo control 6° grado

Con un 95% de confianza, existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que hubo cambios en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo control de 6° grado.

Grupo Experimental 6° grado

Resumen de prueba de hipótesis

	Hipótesis nula	Test	Sig.	Decisión
1	Las distribuciones de valores diferentes entre PRETEST y POSTTEST tienen las mismas probabilidades.	Prueba McNemar de muestras relacionadas	.602	Retener la hipótesis nula.

Se muestran las significancias asintóticas. El nivel de significancia e

Tabla 8. Resumen de prueba de hipótesis – Grupo experimental 6° grado

Con un 95% de confianza, no existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que hubo cambios en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo experimental de 5° grado.

Posteriormente se realizó una ponderación de los resultados y se realizaron pruebas T de Student para datos relacionados en el paquete estadístico SPSS, atendiendo a las ponderaciones proporcionadas en la base de datos.

Las hipótesis que se compararon fueron las siguientes:

$$H_0 = \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$$

Resultados:

Grupo Control 5° grado

Prueba de muestras relacionadas

	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Par 1 PRETEST - POSTTEST	.14250	1.70763	.60374	-1.28511	1.57011	.236	7	.820

Grupo experimental 5° grado

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	PRETEST - POSTTEST	-.49500	1.09251	.31538	-1.18915	.19915	-1.570	11	.145

Tabla 10. Prueba de muestras relacionadas – Grupo experimental 5° grado

Con un 95% de confianza, no existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que las medias en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo experimental de 5° grado son diferentes.

Grupo Control 6° grado

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	PRETEST - POSTTEST	-1.04385	1.60859	.44614	-2.01591	-.07178	-2.340	12	.037

Tabla 11. Prueba de muestras relacionadas – Grupo control 6° grado

Con un 95% de confianza, existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que las medias en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo control de 6° grado son diferentes.

Grupo Experimental 6°

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación tip.	Error tip. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	PRETEST - POSTTEST	-.17091	1.10890	.33435	-.91588	.57406	-.511	10	.620

Tabla 12. Prueba de muestras relacionadas – Grupo experimental 6° grado

Con un 95% de confianza, no existe evidencia estadísticamente suficiente para decir que las medias en los resultados del Pre Test y el Post Test de los alumnos del grupo experimental de 6° grado son diferentes.

Resultados preliminares

Los resultados preliminares de este estudio reflejan por el momento, que el tratamiento al que se sometieron los grupos de 5° y 6° grado de primaria, y que consistió en el uso de los recursos digitales con actividades multimedia para mejorar la comprensión del concepto de fracción equivalente, no arrojan resultados que sean significativos para considerar al momento que la hipótesis nula sea rechazada y suponer que el uso de estos recursos promueve la mejora de la comprensión de las fracciones equivalentes. Sin embargo, los datos procesados serán sometidos a otras pruebas para poder corroborar los resultados preliminares obtenidos.

Conclusiones

La comprensión del significado de fracciones es una tarea de gran importancia en los alumnos de primaria, debido a que de este tema se desprenden y se relacionan muchas operaciones matemáticas básicas como los de razón y proporción. Sin embargo el tema de fracciones resulta ser muy amplio, por lo que en este estudio se consideró únicamente las fracciones equivalentes.

Se debe considerar que los resultados que al momento se tienen en esta investigación fueron obtenidos exclusivamente del tratamiento que se le dio a dos grupos de alumnos (5° y 6° de primaria) con el uso de recursos digitales colocados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje durante un periodo corto de tiempo (40 días), razón por la cual sería un grave error generalizar resultados y afirmar que los recursos digitales no son herramientas que ayuden al alumno en la comprensión del significado de fracciones equivalentes, más bien considero que la presente investigación aún está en proceso ya que al momento no se han considerado otros factores y circunstancias que pudieron favorecer o entorpecer el tratamiento y que deberán ser analizados, y entonces, una vez finalizada se podrá realizar un análisis general de los datos y la contrastación teórica para integrar los reportes técnicos de la investigación.

Anexo I. Niveles de desempeño en las escalas de PISA

Niveles de desempeño de las escalas de PISA

Niveles	Descripción genérica
Nivel 6	Situarse en uno de los niveles más altos significa que un alumno tiene potencial para realizar actividades de alta complejidad cognitiva, científica u otras.
Nivel 5	
Nivel 4	
Nivel 3	Arriba del mínimo necesario y, por ello, bastante bueno, aunque no del nivel deseable para la realización de las actividades cognitivas más complejas.
Nivel 2	Identifica el mínimo adecuado para desempeñarse en la sociedad contemporánea.
Nivel 1a	Insuficientes (en especial el 0) para acceder a estudios superiores y desarrollar las actividades que exige la vida en la sociedad del conocimiento.
Nivel 1b	
Nivel 0	

Tabla 13. Niveles de desempeño de las escalas de PISA

REFERENCIAS

- Anderson, J.R. (2000). *Cognitive psychology and its implications* (5th ed.). New York: Worth Publishers.
- Begoña Gros, Salvat (2000). *El ordenador invisible. Hacia la apropiación del ordenador en la enseñanza*. Cap. 1, Barcelona: Gedisa.
- Burns, Marilyn. *About Teaching Mathematics: A K-8 Resource*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications, 1992.
- Busquets, F. (1999). *Clic 3.0. Adaptación de los documentos de ayuda de los programas Clic 3.0, Arith 2, ClicDB y ClicPac*. Recuperado el 22 de octubre de 2011, de <http://clic.xtec.cat/dist/clic/clic3oes.pdf>
- CCSS (2011). *Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics*. The Common Core Standards Writing Team. August 2011. Recuperado de http://commoncoretools.files.wordpress.com/2011/04/ccss_progression_nbt_2011_04_073.pdf
- Chamorro, M. (2003). *La didáctica de las matemáticas para primaria*. España: Síntesis Educación. — (2005): *La didáctica de la matemática en preescolar*. España: Síntesis Educación.
- English, L. D., & Halford, G. S. (1995). *Mathematics education: Models and processes*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Esquivel, I.; Navarro, E. y Córdoba, R. (2013). Recursos digitales en apoyo al desarrollo de la competencia matemática en educación básica. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*. Publicación Núm. 10, recuperado de http://www.ride.org.mx/docs/publicaciones/10/tecnologia_en_educacion/i35.pdf
- Galvis, A. (1992). *Ingeniería del Software Educativo. Teorías y metodologías que la sustentan*. Santafé de Bogotá, Ediciones Uniandes. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gould, P. (2005a). Drawing sense out of fractions. In M. Coupland, J. Anderson & T. Spencer (Eds.), *Making mathematics vital* (Proceedings of the 20th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers, pp. 133-138). Adelaide: AAMT.

- Gould, P. (2005b). Year 6 student's methods of comparing the size of fractions. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Home, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Eds.), *Building connections: research, theory and practice* (Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 393-400). Sydney: MERGA.
- Hincapié, Claudia P. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andrés de Girardota*. Tesis de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/6084/1/43701138.2012.pdf>
- Lamon, S. J. (2001). Presenting and representing: From fractions to rational numbers. In A. Cuoco & F.R. Curcio (Eds.), *the roles of representation in school mathematics* (pp. 146-165). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Lesh, R.A., Landau, M., & Hamilton, E. (1983). Conceptual models and applied mathematical problem solving research. In R. A. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 263-341). Orlando, FL: Academic Press, Inc.
- MEC (1992). *Primaria. Área de Matemáticas. Vol. 19*. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Navarro, Rubén E. (2003). El desarrollo de habilidades sociales ¿determinan el éxito académico?. RED científica. Ciencia, Tecnología y pensamiento. Disponible en <http://www.redcientifica.com/doc/doc200306230601.html>
- NCTM (2000). National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.
- Ni, Y. (2001). Semantic domains of rational numbers and the acquisition of fraction equivalence. *Contemporary Education*, 26, 400-417.
- Niemi, D. (1996). Instructional influences on content area explanations and representational knowledge: Evidence for the construct validity of measures of principled understanding. CSE technical report 403. Los Angeles: National Center for Research en Evaluation, Standards, and Student Testing, University of California.

- National Research Council. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: National Academy Press.
- Payer, Mariangeles (s.f.). Teoría del constructivismo social de Lev Vygotsky en comparación con la teoría Jean Piaget. UNAM. Recuperado de <http://www.proglocode.unam.mx/system/files/TEORIA%20DEL%20CONSTRUCTIVISMO%20SOCIAL%20DE%20LEV%20VYGOTSKY%20EN%20COMPARACION%20CON%20LA%20TEORIA%20JEAN%20PIAGET.pdf>
- Pearn, C., Stephens, M., & Lewis, G. (2003). Assessing rational number knowledge in the middle years of schooling. In M. Goos & T. Spencer (Eds.), Mathematics: Making waves (Proceedings of the 19th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers, pp. 170-178). Adelaide: AAMT.
- Perera, Paula B.; Valdemoros, Marta E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Cinvestav. México.
- PISA (2009). Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Información sobre México en PISA 2009. Planning Guide. Mathematics Grade 5. Fractions. Recuperado de http://www.learnalberta.ca/content/mepg5/html/pg5_fractions/index.html
- Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics (draft). The Common Core Standards Writing Team. Agosto 2011. Recuperado de http://www.isbe.net/common_core/pdf/math_progression081211.pdf
- Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, 93, 346-362.
- Rivera, P.A. y Tipán, M.F.(2006). Diseño y desarrollo del software para crear un libro digital multimedia. Escuela Politécnica Nacional. Quito. Recuperado de <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/1949/1/CD-0122.pdf>
- SEP (2010). Secretaría de Educación Pública. Plan de Estudios 2009. Educación Básica Primaria. México 2010. Recuperado de <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/primaria/plan/PlanEstEduBasog.pdf>
- Shannon, A. (1999). Keeping score. Washington D.C.: National Academies of Science.

- Siemon, D., Izard, J., Breed, M., & Virgona, J. (2006). The derivation of a learning assessment framework for multiplicative thinking. In J. Norotna, H. Moraova, M. Kratka, & N. Stehlikova (Eds.), Proceedings of the 30th annual conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education (Vol. 5, pp. 113-120). Prague:PME.
- Silva, C. (2010). Cap. 1. Tecnología y Educación. Recuperado el 22 de Octubre de 2011, de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/silva_c_c/capitulo1.pdf
- Skemp, R. (1986). The psychology of learning mathematics (2nd ed.). London: Penguin Books.
- Van de Walle, John A. and LouAnn H. Lovin. Teaching Student-Centered Mathematics: Grades 5-8. Boston, MA: Pearson Education, Inc., 2006.
- Wong, M. y Evans, D. (2007). Student's Conceptual Understanding of Equivalent Fractions. Mathematics: Essential Research, Essential Practice, Vol. 2. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Recuperado de <http://www.merga.net.au/documents/RP782007.pdf>.